INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA APLICADA À ECONOMIA E Á GESTÃO
INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL II – EN – 19 Junho 2017 – 2 Horas

---

1. Considere a seguinte rede:

Actividade:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Ant.Imed.	-	-	B	A,C	B,C	B	B	F,G	D,E,H	F,G
Duração (dias)	9	10	6	7	8	5	6	4	9	7

a) *(2,0 valores) Estabeleça a rede, com actividades nos arcos, deste projecto com um mínimo de actividades fictícias. Determine o caminho crítico e a sua duração;*

b) *(2,0 valores) Sabe-se agora que apenas a segunda metade da actividade E depende da finalização de C. A parte da actividade E que não depende de C, e que pode ser realizada sem que esta termine, tem uma duração de 4 dias. Quais as consequências na rede?*

c) *(1,0 valores) Supondo que as durações são exponenciais (média igual ao desvio padrão), e as durações médias são as indicadas, indique uma duração que possa ser respeitada com 90% de probabilidade.*

2. Três companhias petrolíferas, X, Y e Z, vendem combustível para aviões e estudam a construção de um *oleoduto* entre o terminal portuário, onde recebem o combustível descarregado dos navios e o aeroporto, como meio de transporte, em vez do sistema actual de transporte por carro-tanque. O custo do *oleoduto* depende da sua capacidade (dimensão). Os *standards* de tamanho dos oleodutos são apenas para três tipos de dimensão, e é por esses que as empresas optam, pois fazer um oleoduto de dimensões diferentes ficaria por preços proibitivos. Os custos totais de investimento para diferentes capacidades são os seguintes:

Capacidade anual do oleoduto (mil Tons)	**50**	**100**	**160**
Custo Total (milhões €)	**30**	**50**	**60**

A empresa X prevê transportar anualmente 80 mil tons; a empresa Y 40 mil tons; a empresa Z 35 mil tons. Pretende-se repartir os custos de investimento pelas três empresas que vão utilizar *o oleoduto.*

a) *(1,5 valores) Neste momento estão três propostas em discussão para distribuir os custos de investimento: (30; 20; 10); (31; 15, 14) e (30; 15; 15). A argumentação em defesa da primeira baseia-se na utilização diferente do oleoduto, enquanto na segunda, para além desse argumento, utiliza-se uma distribuição proporcional ao uso. Quanto á terceira, argumenta-se que a utilização das duas últimas empresas é quase igual entre si e, juntas, a sua utilização é quase igual à da primeira. Utilizando o princípio de maximizar a satisfação dos menos satisfeitos (principio maximin), diga por qual solução optaria. Comente;*

b) *(2,0 valores) Considere a seguinte matriz de ganhos de um jogo de duas pessoas e determine o ponto de equilíbrio de Nash;*

(2; -2)	(-3; 2)
(-2; 2)	(2;-4)

c) *(1,5 valores) Compare a solução anterior com a solução maximin (num problema de ganhos) ou minimax (num problema de custos) e explique as diferenças.*

3. Uma grande superfície defronta uma procura diária de certo tipo de máquina de lavar com distribuição de *poisson* de média 3 unidades. Cada máquina custa á empresa 300 €. O transporte é feito em camiões alugados, custando 2 000 € por viagem. Os custos administrativos associados á preparação de cada viagem são de 50 €. Este hipermercado partilha com outra empresa a armazenagem, pagando 40 € por cada máquina em armazenagem durante um ano. Os electrodomésticos ao entrarem em armazém são sujeitos a inspecção e controle cujos custos são de 10 € por unidade. Os custos financeiros estão estimados em 10% ao ano. O prazo de reaprovisionamento é de 15 dias e a empresa faz encomendas de montante constante.

a) *(1,5 valores) Determine a política a seguir considerando um modelo determinístico;*

b) *(3,0 valores) O preço de venda de cada máquina é de 500€, e no caso de algum cliente a procurar e não estar disponível o cliente vai procurar noutra loja uma máquina da mesma marca. Determine a política seguir (faça apenas uma iteração);*

c) *(1,0 valores) Explique o que determina o stock de segurança na gestão de stocks e as condições para a sua obtenção.*

4. Uma máquina processa dois tipos de tarefas, I e II, ao longo do dia. Sabe-se que 40% são do tipo I e 60% são do tipo II. A duração, em minutos, de cada tarefa, do tipo I é uma v.a. com função de densidade $f(x) = x/64,\ 4 \leq x \leq 12$. A duração, em minutos, da cada tarefa do tipo II é uma v. a. Uniforme (5; 10). As tarefas chegam em exponencial à média da *poisson* equivalente de 10 por hora.

a) *(2,0 valores) Supondo que acaba de chegar uma tarefa, gere pelo método da transformação inversa valores para as próximas chegadas, para o tipo de tarefa e para as respectivas durações para as quatro tarefas;*

b) *(2,5 valores) Simule o comportamento do sistema até finalizar as primeiras 4 tarefas que chegam. Calcule no fim a percentagem do tempo em que a máquina está desocupada, o tempo de espera médio por tarefa e o comprimento médio da fila.*

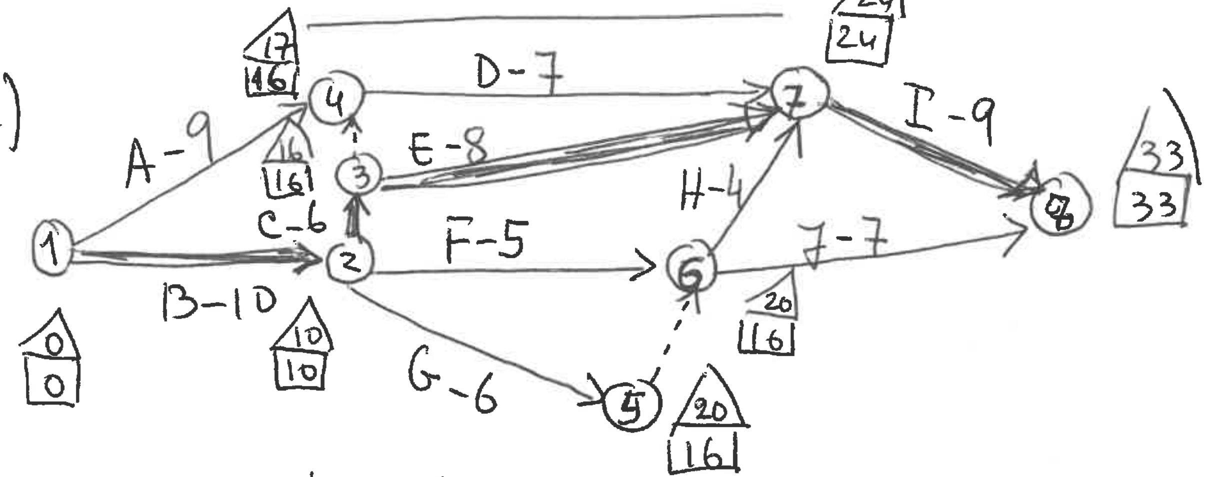
***Obs.** Utilize os NPA a seguir:*

Chegadas:	0,94; 0,07; 0,63
Tipo Tarefa:	0,95; 0,33; 0,78; 0,22
Duração da tarefa I:	0,73; 0,02; 0,72; 0,14
Duração da tarefa II:	0,35; 0,48; 0,42; 0,70

O professor

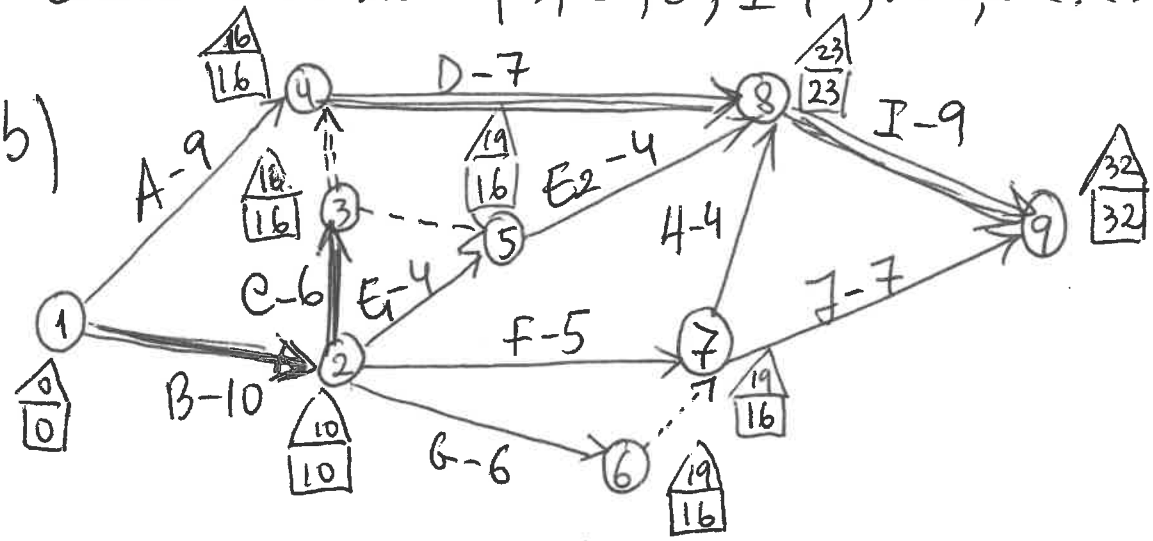
IO2 - EN - 2017

1.a)



Caminho Crítico: {B, C, E, I} ; duração C.C. = 33 dias.

b)



O caminho crítico altera-se e passa a ser mais curto, com uma duração de 32 dias. O novo caminho crítico é {B, C, D, I}

c) Tcc ∩ n $(33 ; \sqrt{281})$ $P(Tcc \leq a) = 0,90 \Rightarrow a = 55$ dias

$\sqrt{281} = 16,76$

2.a) v({0}) = 0 ; v({1}) = 50 ; v({2}) = v({3}) = 30 ; v({1,2}) = v({1,3}) = 60
v({2,3}) = 50 ; v({1,2,3}) = 60

e(x,S)	(30;20;10)		(31;15;14)		(30;15;15)	
{1}	20	10	19	14	20	15
{2}	10	10	15	15	15	15
{3}	20	20	16	15	15	15
{1,2}	10	20	14	16	15	15
{1,3}	20	20	15	19	15	20
{2,3}	20	20	21	21	20	20

* máximo = 15

(30; 15; 15)

max min = 15 correspondente à solução (30; 15; 15)
Maximiza-se a satisfação dos menos satisfeitos. É o princípio do Nucléolo num problema de custos.

b) Ganhos do Jogador Coluna se (Jogador Linha utiliza a estratégia óptima x, $(1-x)$)

Utiliza Est.1 : $-2x + 2(1-x) = -4x+2$
 " Est.2 : $2x - 4(1-x) = 6x - 4$ $\Rightarrow x = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$x < \frac{3}{5}$ Jogador Coluna utiliza E1 $\Rightarrow x = \frac{3}{5}$ ponto de Nash
$x > 3/5$ " " " E2

Ganhos do jogador Linha se

Utiliza Est.1 : $2y - 3(1-y) = 5y - 3$ $\Rightarrow y = \frac{5}{9}$
utiliza Est.2 : $-2y + 2(1-y) = -4y + 2$

$y < \frac{5}{9}$ Jogador Linha utiliza E1 $\Rightarrow y = \frac{5}{9}$ ponto de Nash
$y > 5/9$ " " " E2

ponto de Nash $(3/5 ; 2/5) = (x_1, x_2)$ e (y_1, y_2) $(\frac{5}{9}, 4/9)$

Ganho Esperado Jogador Linha : $2 \times \frac{3}{5} * \frac{5}{9} - 2 \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{9} - 3 * \frac{3}{5} * \frac{4}{9} +$
$+ 2 * \frac{2}{5} * \frac{4}{9} = \frac{30 - 20 - 36 + 16}{45} = \frac{-10}{45}$

Ganho Esperado Jogador Coluna : $-2 * \frac{3}{5} * \frac{5}{9} + 2 * \frac{2}{5} * \frac{5}{9} + 2 * \frac{3}{5} * \frac{4}{9} -$
$- 4 * \frac{2}{5} * \frac{4}{9} = \frac{-30 + 20 + 24 - 32}{45} = \frac{-18}{45}$

c) Solução maximin Jog. Linha : max (−3 ; −2) = −2 Est. 2
Jog. Coluna : max (−2 ; −4) = −2 Est. 1
Solução maximin para os dois jogadores : (Est. 2 ; Est. 1) = (−2 ; −2)

3. a) $Q = \sqrt{\dfrac{2 * 1080 * 2050}{71}} = 250$

$D = 1080$ $\quad L = 15$ dias ③

$c = 300+10$

$A = 2000+50$ $\quad LD = 45$

$I_C = 40 + 0{,}1 * 310 = 71$

$m = \text{Int}\left(\frac{L}{T}\right) = \text{Int}\left(\dfrac{15}{\frac{250}{1080} \times 360}\right) = 0$

$r = LD - mQ = 45$

b) $b = 500 - 310 = 190$ $\qquad X = (LD) \sim n(45; 6{,}71)$

$Q_0 = 250$

$H(r_0) = \dfrac{250 * 71}{250 \times 71 + 190 * 1080} = 0{,}0796 \qquad r = 54{,}4$

$E[\text{rupturas}] = 6{,}71 \, NL\left(\dfrac{54{,}4 - 45}{6{,}71}\right) = 6{,}71 \times 0{,}03587 = 0{,}241$

$Q_1 = \sqrt{\dfrac{2 * 1080(2050 + 190 * 0{,}241)}{71}} = 253$

Obs. Valor praticamente idêntico ao anterior

$H(r_1) = \dfrac{253 * 71}{253 * 71 + 190 * 1080} = 0{,}08 \Rightarrow r = 54{,}4$

Fim

$Q^* = 253$

$r^* = 54{,}4 \simeq 54$ ou 55

$S.\text{Segurança} = 55 - 45 + 0{,}241 \simeq 10{,}241$

Prob. ruptura $= 8\%$

c) Quando se conhecem todos os custos, incluindo os de ruptura, depende dos custos e da procura durante o prazo de reaprovisionamento nos modelos de P.E. e do prazo de reaprovisionamento mais o comprimento do ciclo nos modelos de calendário. Quando não se conhecem os custos de ruptura dependem, para além dos factores anteriores de um nível de serviço (desejado) estabelecido a priori b)

EN_2017_Ex.4

Tempo	Tipo Acon	N(t)	NPA CH	INT CH	Prox CH	NPA Tar	Tipo Tare	NPA Dur	Duração	Prox. Said	Prox. Acon
0	CH	1	0,94	16,9	16,9	0,95	II	0,35	6,8	6,8	6,8
6,8	SAI	0			16,9						16,9
16,9	CH	1	0,07	0,4	17,3	0,33	I	0,73	10,5	27,4	17,3
17,3	CH	2	0,63	6,0	23,3					27,4	23,3
23,3	CH	3								27,4	27,4
27,4	SAI	2				0,78	II	0,48	7,4	34,8	34,8
34,8	SAI	1				0,22	I	0,02	4,3	39,1	39,1
39,1	SAI	0									

% tempo Máq. Desocupada	25,83	
Tempo de espera das tarefas	21,6	minutos
Tempo espera médio por tarefa	5,4	minutos
Comprimento médio da fila	0,6	tarefas

a) Chegadas — minutos

1ª 0

2ª $-6\ln(1-0,94) = 16,9$

3ª $16,9 + 0,4 = 17,3$

4ª $17,3 + 6 = 23,3$

Tipo de Tarefa

1ª II $0,95 \in [0,5, 1]$

2ª I $0,33$

3ª II $0,78$

4ª I $0,22$

Duração

1ª $5 + 0,35 * (10-5) = 6,8$

2ª $4\sqrt{8 * 0,73 + 1} = 10,5$

3ª $5 + 0,48(10-5) = 7,4$

4ª $4\sqrt{8 * 0,02 + 1} = 4,3$